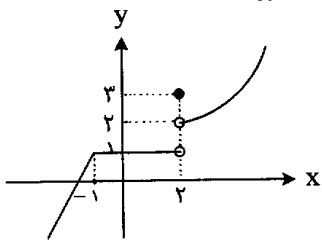


## باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۹ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر $A = (-3, 2]$ و $B = (0, +\infty)$ و $C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -4 < 2x - 6 \leq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 0 \\ 2-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقدار عددی $f(1-\sqrt{3})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۳	دامنه توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \log_x^{(1-x^2)}$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{\frac{5}{x^2+x-12}}$	۱/۵
۴	اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، $a, b, c$ را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(f \circ g)(x) = x^2 - 3x + 4$	۱
۵	نمودار تابع $f$ به شکل زیر داده شده است، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) - 3f(2)$	۱
۶	ایا تابع $f(x) = (x-2)[x] + 2x - 4$ در نقطه‌ی $x=1$ حد دارد؟ چرا؟	۱
۷	حد توابع زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{6-x}}{x+2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+5}{2-x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+7}{6x + \sqrt{4x^2-1}}$ ه) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2\cos(3x)}{\tan^2 x}$	۴/۲۵
« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »		

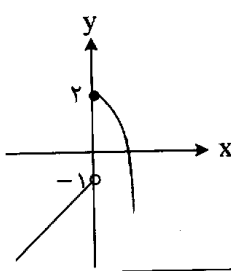
## باسمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات	نمره
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 3)(x^2 + x + 1)}$ را تعیین کنید.	۱
۹	مقادیر عددی $a, b$ را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3 - 2ax^2 & x < -1 \\ 2x & x = -1 \\ a x^2 - 1  + 2b & x > -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ پیوسته باشد.	۱/۵
۱۰	مشق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{(2x+3)^2}{5x-1}$ ب) $g(x) = (x^2 - x + 5) \times \sqrt{4+2x}$ ج) $h(x) = \tan(4x+1) + \cos(3x^2)$	۲/۵
۱۱	اگر $f(t) = 30 + 10t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری باشد ( $t$ زمان بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در $5$ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ به دست آورید.	۱
۱۲	معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{x+3}{1-x}$ را در نقطه‌ی تقاطعش با محور طول‌ها بنویسید.	۱
۱۳	تابع $y = x^3 + ax^2 + b$ مفروض است، مقادیر $a, b$ را طوری تعیین کنید که $I(-2, 1)$ نقطه‌ی عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^3 + 3x^2$ را رسم کنید.	۱/۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

## باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی ( شهریور ماه ) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$-4 < 2x - 6 \leq 0 \Rightarrow 2 < 2x \leq 6 \Rightarrow 1 < x \leq 3 \quad (0/25)$ $A \cap B = (0, 2] \quad (0/25)$ $(A \cap B) \cup C = (0, 3] \quad (0/25)$	0/75
۲	 $f(1 - \sqrt{3}) = (1 - \sqrt{3}) - 1 = -\sqrt{3} \quad (0/25)$ <p>رسم سهمی (0/25) رسم خط (0/25)</p>	0/75
۳	$1 - x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 \quad (0/25)$ $\Rightarrow D = 0 < x < 1 \quad (0/25)$ <p>الف) <math>\begin{cases} x &gt; 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>x^2 + x - 12 \neq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 4) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{3, -4\} \quad (0/5)</math></p>	1/5
۴	$\text{fog}(x) = f(g(x)) = f(ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + c + a \quad (0/25)$ $ax^2 + bx + (a + c) = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 & (0/25) \\ b = -3 & (0/25) \\ a + c = 4 \Rightarrow c = 3 & (0/25) \end{cases}$	1
۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) - 3f(2) = 2 + 1 - 3(3) = -6 \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	1
۶	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ((x - 2)[x] + 2x - 4) = (1 - 2)[1^+] + 2 - 4 = -1 \times 1 - 2 = -3 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1 - 2)[1^-] + 2 - 4 = -1 \times 0 - 2 = -2 \quad (0/25)$ <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad (0/25) \Rightarrow (0/25)</math> تابع در <math>x = 1</math> حد ندارد.</p>	1
« ادامه در صفحه ی دوم »		

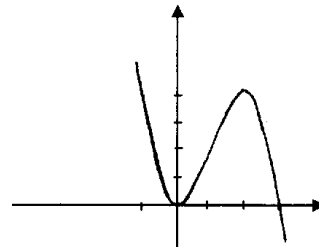
## باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی ( شهریور ماه ) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{3x^2} = \frac{2}{3}</math> (۰/۵) رفع ابهام <math>\frac{0}{0}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + \sqrt{6-x}}{x+3} \times \frac{x - \sqrt{6-x}}{x - \sqrt{6-x}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 6 + x}{(x+3)(x - \sqrt{6-x})} =</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x - \sqrt{6-x})} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-2}{x - \sqrt{6-x}} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 5}{2-x} = \frac{9^+}{0^+} = +\infty</math> (۰/۲۵)</p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x + \sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x +  2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{6x - 2x} = -\frac{3}{4}</math> (۰/۲۵)</p> <p>هـ) جواب حد = <math>\frac{\sin(\frac{\pi}{3}) - 2 \cos(\pi)}{\tan^2(\frac{\pi}{3})} = \frac{1+2}{3} = 1</math> (۰/۵)</p>	۴/۲۵
۸	<p>طول نقاط ناپیوستگی <math>(x^2 - 3)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}</math> (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p><math>x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta &lt; 0</math> (۰/۲۵)</p>	۱
۹	<p>شرط پیوستگی <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = a (-1)^2 - 1  + 2b = 2b</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 3 - 2a(-1)^2 = 3 - 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f(-1) = 2(-1) = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>2b = -2 \Rightarrow b = -1</math> (۰/۲۵) <math>3 - 2a = -2 \Rightarrow a = \frac{5}{2}</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

## باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۷	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی ( شهریور ماه ) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																										
۱۰	$f'(x) = \frac{2(2)(2x+3)(5x-1) - 5(2x+3)^2}{(5x-1)^2}$ <p>الف) <math>f'(x) = \frac{2(2)(2x+3)(5x-1) - 5(2x+3)^2}{(5x-1)^2}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>g'(x) = (2x-1)\sqrt{4+2x} + \frac{2}{2\sqrt{4+2x}} \times (x^2 - x + 5)</math> (۰/۲۵)</p> <p>ج) <math>h'(x) = 4(1 + \tan^2(4x+1)) - 6x \sin(3x^2)</math> (۰/۲۵)</p>																											
۱۱	$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{30 + 10(7)^2 - (30 + 10(2)^2)}{7 - 2} = \frac{450}{5} = 90$ (۰/۲۵)																											
۱۲	$y=0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3 \quad (-3,0) \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{3}{(1-x)^2} \xrightarrow{x=-3} m = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{4}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)$																											
۱۳	$y' = 3x^2 + 2ax \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x + 2a \xrightarrow{x=-2} -12 + 2a = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = 6 \quad (۰/۲۵)$ $I \in \text{منحنی} \Rightarrow 1 = -8 + 2a + b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow b = -15 \quad (۰/۲۵)$																											
۱۴	$y' = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0, & y=0 \quad (۰/۲۵) \\ x=2, & y=4 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $y'' = -6x + 6 = 0 \Rightarrow x=1 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>↘</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>2</td> <td>↗</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)      min      max      (۰/۲۵)</p> 	x	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-		y	$+\infty$	↘	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$	
x	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$																					
y'		-	0	+	0	-																						
y	$+\infty$	↘	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$																			
۲۰	<p>باسلام ، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بازم را به تناسب تقسیم نمایند.</p> <p>جمع نمره</p>																											